

Design of an innovative didactic proposal for the teaching and learning of sets

Diseño de una propuesta didáctica innovadora para la enseñanza y el aprendizaje de conjuntos

Autores:

Zerna-Valle, Ana Priscila
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ
Instituto de Posgrado
Ingeniera Comercial
Maestría en Pedagogía de las Ciencias Experimentales mención Matemática y Física
Maestrante
Portoviejo – Ecuador



azerna1379@utm.edu.ec



<https://orcid.org/0009-0008-6611-2685>

Vergara-Ibarra, José Luis
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ
Instituto de Posgrado
Ingeniero Comercial, Magíster en Matemática, Magíster en Educación
Departamento de Matemáticas y Estadística, Facultad de Ciencias Básicas,
Tutor Académico
Portoviejo – Ecuador



jose.vergara@utm.edu.ec



<https://orcid.org/0000-0002-2735-9246>

Fechas de recepción: 12-FEB-2024 aceptación: 15-MAR-2024 publicación:15-MAR-2024



<https://orcid.org/0000-0002-8695-5005>

<http://mqrinvestigar.com/>



Resumen

La teoría de conjuntos está integrada en varios campos de las matemáticas y su dominio proporciona las bases para la comprensión y construcción de otras ramas más avanzadas. Además, puede aportar a otras ciencias de forma interdisciplinaria o multidisciplinaria. Este conocimiento se debe impartir desde los niveles más básicos del aprendizaje para que se produzca la conexión entre el conocimiento intuitivo con el abstracto. En este aspecto, el proceso de enseñanza y aprendizaje en el que se desarrolla este conocimiento es complejo debido a que los recursos y las técnicas de enseñanza empleadas son tradicionales y no responden a la variedad de necesidades que tienen los estudiantes en esta nueva era digital. Con base a lo expuesto, el objetivo de este artículo es desarrollar una propuesta didáctica que incorpore Applets GeoGebra como recursos educativos que faciliten y mejoren el proceso de enseñanza y aprendizaje de la teoría de conjuntos. Estos Applets como recursos didácticos, promueven la experimentación y la asociación tanto intuitiva como abstracta de las operaciones de conjuntos y combinaciones entre ellas. Los principales resultados que pueden derivarse incluyen el aprendizaje activo y colaborativo de los estudiantes, lo que redundará en aprendizaje significativo. Se concluye que las propuestas didácticas que incorporen estos recursos deben ser congruentes con las demandas educativas contemporáneas y se vinculen con los intereses y necesidades específicas de los estudiantes. La implementación de la propuesta se ve favorecida por la versatilidad de los Applets dinámicos presentados en este estudio, lo que abre la posibilidad de adoptar un enfoque de gamificación en futuras investigaciones.

Palabras Clave: Aprendizaje significativo; enseñanza y aprendizaje; GeoGebra; propuesta didáctica, teoría de conjuntos



Abstract

The theory of sets is integrated into various fields of mathematics, and its mastery provides the foundation for understanding and constructing other more advanced branches. Additionally, it can contribute to other sciences in an interdisciplinary or multidisciplinary manner. This knowledge should be imparted from the most basic levels of learning to establish a connection between intuitive and abstract knowledge. In this regard, the teaching and learning process in which this knowledge is developed is complex because the resources and teaching techniques employed are traditional and do not meet the variety of needs that students have in this new digital era. Based on the foregoing, the objective of this article is to develop a didactic proposal that incorporates GeoGebra Applets as educational resources to facilitate and improve the teaching and learning process of set theory. These Applets, as didactic resources, promote experimentation and the intuitive as well as abstract association of set operations and combinations among them. The main results that can be derived include active and collaborative student learning, leading to meaningful learning. It is concluded that didactic proposals incorporating these resources must be congruent with contemporary educational demands and be linked to the specific interests and needs of students. The implementation of the proposal is facilitated by the versatility of the dynamic Applets presented in this study, opening up the possibility of adopting a gamification approach in future research.

Keywords: Meaningful learning; teaching and learning; GeoGebra; didactic proposal; set theory



Introducción

Hoy en día, la teoría de conjuntos fundamenta los diversos campos de las matemáticas, proporcionando las bases para la comprensión y desarrollo de ramas más avanzadas. Sin embargo, el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta teoría atraviesa distintos problemas, por un lado, el uso de métodos tradicionales comunes, y por otro el desconocimiento acerca de la implementación de recursos digitales que se adapten a las diversas necesidades de los estudiantes.

La brecha entre el conocimiento intuitivo y abstracto es amplia, los estudiantes pueden tener dificultades para encontrar conexiones significativas entre los nuevos conceptos y su base de conocimientos existente. “La situación se agrava cuando se trata de aprender asignaturas de las ciencias exactas y naturales, tan necesarias para lo que se denomina la alfabetización científico-tecnológica” (Chrobak, 2017, p. 2). Para abordar esta problemática, se pueden implementar diversas propuestas pedagógicas, como el aprendizaje basado en proyectos o el aprendizaje cooperativo. Estas metodologías permiten a los estudiantes participar de manera activa y les brindan la oportunidad de aplicar los conceptos abstractos en situaciones concretas, lo que facilita el proceso de aprendizaje significativo.

En sus primeras fases, la enseñanza matemática se sumía en modelos tradicionales centrados en la memorización, sin apreciar la utilidad fundamental de las matemáticas para el desarrollo mental del estudiante, ni reconocer la impactante influencia que la metodología podría ejercer en el proceso educativo (Ordoñez et al., 2020). Esta debe iniciarse y centrarse en la aplicación de situaciones problemáticas como una estrategia para dar significado a las técnicas y teorías estudiadas (Godino & Burgos, 2020).

La enseñanza de las matemáticas impulsa el pensamiento lógico y la capacidad de abstracción, proporcionando una base sólida para diversas disciplinas académicas y profesionales. Es esencial reconocer que “las nuevas generaciones requieren de metodologías educativas que se adhieran a sus necesidades reales, contribuyan a su desarrollo pleno y al desarrollo del pensamiento lógico matemático para que puedan hacer frente a las situaciones que debe afrontar en su cotidianidad” (Omaira, 2020, p. 490). Según Grecia (2020)

La práctica pedagógica enfrenta el gran desafío de pasar de la rutina pasiva a la interacción creativa, crítica y estimulante, donde los estudiantes aprendan a develar, analizar, inventar, producir, solucionar problemas, entre otras capacidades cognitivas. Esto es posible en la medida en que los actores educativos recreen un encuentro a partir de una pedagogía innovadora; que permita el despliegue efectivo de la praxis docente, promoviendo así la ruptura con los modelos didácticos tradicionales, a través de la promoción de estrategias motivadoras para la construcción del conocimiento. (p. 97)



Una de las metodologías educativas que ha ganado prominencia y reconocimiento por su enfoque innovador es el aprendizaje colaborativo. De acuerdo, con Chen et al. (2018), la importancia del aprendizaje colaborativo reside en su capacidad para estimular la participación activa al facilitar el intercambio de información y conocimientos entre los participantes.

Este método desafía las convenciones tradicionales al centrarse en la interacción activa y la colaboración entre los estudiantes como impulsores fundamentales del proceso de aprendizaje. Tal como lo menciona Tomalá et al. (2020), “al hablar de aprendizaje colaborativo se hace referencia al desarrollo de habilidades y competencias que son necesarias en los estudiantes, pero que a su vez permitan el surgimiento de otras experiencias y dinámicas de trabajo dentro del aula” (p. 201).

Ahora, se explora otra perspectiva importante: el enfoque significativo. En contraste con aproximaciones más tradicionales, el aprendizaje significativo busca que los estudiantes construyan significado a partir de sus experiencias y conocimientos previos. En palabras de Otero et al. (2023)

El aprendizaje significativo es un proceso de adquisición de conocimientos con habilidades. Se trata de una instrucción que se produce a partir de experiencias que generen recuerdos significativos capaces de transformar la vida del individuo. Para que sea significativo, es importante que los estudiantes estén motivados e interesados en la materia que estudian, de modo que participen activamente en el proceso de aprendizaje. Asimismo, es necesario que la información se presente de manera clara, utilizando estrategias además de metodologías que fomenten la reflexión, como el pensamiento crítico. (p. 14)

Desde el punto de vista de Oyervide & Vergara (2023), la integración de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la educación matemática tiene un impacto positivo tanto en el proceso de enseñanza como en el aprendizaje, pues facilita la comprensión y mediación del conocimiento matemático abstracto mediante la representación visual, de forma rápida y precisa. La producción de aprendizaje colaborativo y significativo mediado por las TIC, crea un entorno educativo en el que los estudiantes pueden construir significados de manera conjunta, acceder a recursos especializados y mantener altos niveles de motivación y disciplina en el tratamiento matemático de las definiciones, lemas, teoremas, aplicaciones, entre otros. Es importante resaltar la función clave de los recursos didácticos, los cuales, según Beginini et al. (2022, p. 171) “favorecen el proceso de enseñanza y aprendizaje, por lo que todos los avances tecnológicos de los últimos tiempos contribuyen a la formación”.

Al proporcionar herramientas interactivas y personalizadas, las TIC contribuyen a una educación más dinámica. “Los recursos digitales son importantes en el proceso educativo, al emplear elementos multimedia para estimular y mejorar el aprendizaje de los estudiantes,



promoviendo su participación activa y el desarrollo de habilidades con relevancia” (Lino et al., 2023, p. 2301). Por su parte, Medina et al. (2024, p. 1122) menciona que “la incorporación de recursos digitales, como el uso de plataformas interactivas, herramientas en línea y aplicaciones educativas”, se presenta como una oportunidad para diversificar y potenciar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

En este respecto, Lucas & Aray (2023) explican que:

El avance de la tecnología y su integración en el campo educativo ha tenido un impacto transformador en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. En este contexto, las herramientas didácticas han evolucionado constantemente para abordar las necesidades y dificultades que los estudiantes enfrentan al aprender esta materia. En este sentido, resulta fundamental analizar la influencia del software GeoGebra como una herramienta complementaria en la enseñanza de las matemáticas. (p. 386)

Asimismo, Vergara (2021) destaca que GeoGebra ha establecido su importancia a nivel mundial en la enseñanza y aplicación de las matemáticas, abordando una amplia gama de conceptos matemáticos y su relevancia está en la integración y conexión efectiva entre el álgebra, la geometría, la estadística, el cálculo y otras disciplinas matemáticas. Por otro lado, Peña (2023) señala que “las simulaciones por ordenador permiten explicar los fenómenos y mejorar la capacidad analítica, pensamiento crítico, y mejorar la comprensión de los conceptos” (p. 452).

Investigaciones recientes, como la llevada a cabo por Remigio et al. (2023), respaldan el uso de GeoGebra como un recurso ideal para desarrollar propuestas didácticas. Este respaldo se amplía a la enseñanza de la deducción del volumen de la esfera, donde GeoGebra se utiliza como una herramienta eficaz para facilitar la comprensión y el aprendizaje de conceptos complejos. Por otra parte, en el estudio de Granados & Padilla (2021) se encontró que

El uso del software GeoGebra permitió de una u otra forma que los estudiantes modelaran situaciones geométricas de una manera más creativa y didáctica que como suele llevarse a cabo de manera tradicional, siendo relevante que este tipo de herramientas sea más utilizado en las aulas de clase, y más a sabiendas que los estudiantes con más necesidades requieren de estrategias por parte de los profesores que canalicen las mismas y fortalezcan los procesos. (p. 130)

Las investigaciones muestran que GeoGebra tiene múltiples aplicaciones cuando se integra en el ámbito educativo. GeoGebra según la intención del educador o el aprendiz puede ser considerado como un software de geometría dinámica, una plataforma, un recurso didáctico digital, una herramienta tecnológica, entre otros. Estas características inspiran a los educadores a desarrollar propuestas didácticas, estrategias pedagógicas y propuestas



educativas más amplias, aprovechando al máximo el potencial de esta herramienta en el aula. Utilizar esta herramienta como parte de una propuesta didáctica permite una mayor interactividad y visualización de conceptos, lo que facilita la comprensión de los estudiantes.

En un contexto donde los métodos tradicionales a menudo se ven superados por las demandas de la era digital, es necesario implementar GeoGebra como estrategia didáctica, debido a que “es un recurso que ayuda al docente a explicar contenidos que necesitan visualización práctica” (Teófilo et al., 2023, p. 42). Según Vergara (2022a) y Vergara (2022b), GeoGebra destaca por su capacidad única para integrar diversas disciplinas matemáticas, lo que permite a los estudiantes explorar conceptos de manera intuitiva y conectada a través de diversas formas de representación. Este software de geometría dinámica facilita la visualización y manipulación interactiva de objetos gráficos y algebraicos, lo que a su vez agiliza la confirmación de resultados y el descubrimiento de relaciones matemáticas. De esta manera, GeoGebra facilita la comprensión profunda de los conceptos y promueve la creatividad, la experimentación y el análisis. Al interactuar activamente con los conceptos matemáticos, los estudiantes desarrollan habilidades de síntesis y pensamiento abstracto sobre patrones matemáticos.

Las tecnologías interactivas han revolucionado la forma en que se aborda la teoría matemática, transformando el proceso educativo. Los resultados tangibles y la respuesta entusiasta de los estudiantes y educadores destacan el potencial transformador de una propuesta didáctica para la enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos. El presente artículo desarrolla una propuesta didáctica que utiliza principalmente Applets GeoGebra, junto con otros recursos complementarios, con el fin de enriquecer la comprensión y la experiencia de aprendizaje en el campo de la teoría de conjuntos.

A raíz de lo expuesto, surge la siguiente pregunta científica ¿En qué medida los recursos didácticos digitales elaborados en GeoGebra mejoran el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, específicamente en la teoría de conjuntos?

Esto nos conlleva a formular el siguiente objetivo: desarrollar una propuesta didáctica basada en recursos digitales mediante Applets GeoGebra que faciliten la práctica docente en la enseñanza de conjuntos.

Metodología

La investigación se centra en un enfoque metodológico cualitativo, el cual se fundamenta en un proceso inductivo que se dedica a explorar, describir y generar perspectivas teóricas que van desde lo específico hasta lo general (Hernández et al., 2014). Para lograr esto, se llevó a cabo una revisión exhaustiva de la literatura, utilizando fuentes y bases de datos confiables que se centran en la enseñanza de la teoría de conjuntos en matemáticas.



El motivo de investigar en fuentes o bases de datos se fundamenta en varios aspectos:

1. Ampliar el panorama teórico: La exploración de fuentes y bases de datos especializadas permitió ampliar el panorama teórico al considerar diferentes perspectivas, enfoques y estudios previos relacionados con la enseñanza de la teoría de conjuntos.
2. Identificar prácticas efectivas: La investigación en fuentes y bases de datos permitió identificar prácticas efectivas y metodologías utilizadas en la enseñanza de la teoría de conjuntos. Esto brindó la oportunidad de aprender de otras experiencias, adoptar buenas prácticas y evitar posibles errores o limitaciones en el diseño de la propuesta didáctica.
3. Incorporar tecnología educativa: La exploración en fuentes y bases de datos digitales también facilitó la identificación de herramientas y recursos tecnológicos educativos utilizados en la enseñanza de matemáticas, como GeoGebra u otras aplicaciones similares. Esto fue esencial para integrar tecnología de manera efectiva en la propuesta didáctica, asegurando su pertinencia y utilidad en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
4. Validar la propuesta: Al investigar en fuentes y bases de datos, se obtuvo información validada y respaldada por la comunidad académica, lo que fortaleció la fundamentación teórica y metodológica de la propuesta didáctica diseñada. Esto contribuyó a la credibilidad y relevancia de la investigación.

Este enfoque metodológico buscó integrar de manera coherente la tecnología digital, el aprendizaje colaborativo y significativo en la enseñanza de la teoría de conjuntos. La validación del diseño de las actividades propuestas se llevó a cabo considerando el criterio de expertos. En este proceso participaron dos profesores-investigadores con dominio del contenido matemático abordado, quienes también son especialistas en el campo de la Educación y la Matemática.

La documentación detallada de la propuesta, incluyendo recursos digitales, resultados y lecciones aprendidas, se comparten en el siguiente capítulo de este artículo.

Propuesta Didáctica

Se comenzó diseñando objetivos de aprendizaje claros y específicos, alineados con la teoría de conjuntos y las competencias deseadas. Estos objetivos sirvieron como punto de partida para la selección de temas y conceptos relevantes, los cuales fueron abordados mediante actividades interactivas y ejercicios prácticos diseñados con GeoGebra.



El uso de Applets interactivos facilitó la comprensión de los conceptos de conjuntos, las operaciones entre ellos y sus aplicaciones prácticas. Estos Applets se destacaron por su intuición y aspecto visual, lo que motivó la experimentación activa por parte de los estudiantes.

Además de los Applets, se emplearon recursos educativos adicionales como tutoriales en video, guías de usuario y actividades complementarias, para respaldar de manera integral la implementación de GeoGebra en el aula. También se diseñaron estrategias de aprendizaje colaborativo, definiendo roles y responsabilidades dentro de los grupos para estimular la participación activa, la discusión y la resolución conjunta de problemas.

La propuesta didáctica se estructuró en tres fases utilizando GeoGebra para enseñar teoría de conjuntos. La Fase 1 comprende dos sesiones de clase, mientras que la Fase 2 y 3 constan de tres sesiones cada una, elaboradas por el autor: i) Introducción y Fundamentación, ii) Exploración y Profundización, y iii) Aplicación y Evaluación. Estas actividades incluyen presentaciones interactivas, ejercicios prácticos con GeoGebra y proyectos de aplicación para maximizar la comprensión y aplicación de los conceptos de conjuntos.

Fase 1: Introducción y Fundamentación

Objetivo: Conceptualizar un Applet GeoGebra y su utilidad.

Los Applets GeoGebra son creados por una variedad de usuarios de todo el mundo que comúnmente pertenecen a Institutos GeoGebra (los miembros de estos institutos son considerados geogebrietas). Estos Applets pueden ejecutarse en un entorno específico, como un navegador web o una aplicación para dispositivos móviles, y puede integrarse en un sistema de gestión de aprendizaje. Entre sus usos comunes se encuentran el modelado o la simulación de conceptos básicos y avanzados sobre matemática, física, química, entre otros.

A diferencia de un programa independiente, un Applet GeoGebra no puede ejecutarse de manera autónoma y está diseñado específicamente para ofrecer información gráfica. Este Applet brinda a la comunidad la capacidad de explorar visualmente funciones, geometría, álgebra y cálculos matemáticos de manera dinámica y experimental. Debido a su utilidad didáctica, estos Applets son utilizados en la enseñanza y aprendizaje de una variedad de tópicos matemáticos, pues permite que los estudiantes puedan manipular gráficos, ajustar parámetros y realizar operaciones matemáticas en tiempo real. Por lo expuesto, estos Applets se pueden considerar como recursos digitales educativos dada la experiencia de aprendizaje positiva que ofrece; garantizando un rendimiento eficiente en la visualización y la comprensión intuitiva de conceptos matemáticos abstractos.

Actividades:

Presentación Interactiva:



- Utilizar una presentación multimedia para introducir GeoGebra.

Introducción al Video Explicativo sobre GeoGebra:

En este video, se explican las funcionalidades de GeoGebra, una herramienta matemática que combina geometría, álgebra, cálculo y gráficos. A lo largo del video (Figura 1) se presentarán las siguientes temáticas: ¿Qué es GeoGebra?, descarga, interfaz y apariencia, barra de herramientas, vistas gráficas, y otros.

Figura 1

Video explicativo de GeoGebra



Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=tZOTM9YkVmw>

1. Práctica con GeoGebra:

- Mostrar a los estudiantes en el laboratorio cómo acceder a GeoGebra y familiarizarse con la interfaz.
- Descargar GeoGebra Clásico en las computadoras (<https://www.geogebra.org/download>) y en dispositivos móviles (<https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra.android.calculator.suite>).

2. Discusión en Grupo:

- Facilitar una discusión en grupos pequeños sobre la utilidad de GeoGebra para el aprendizaje de conceptos matemáticos.
- Proponer que grafiquen puntos, circunferencias, rectas y polígonos, intercambiando ideas de construcción de estos elementos.



Fase 2: Exploración y Profundización

Objetivo: Introducir los conceptos básicos de la teoría de conjuntos.

Para el desarrollo de los conceptos básicos de conjuntos se consideraron los libros (Bartle & Sherbert, 2010; Ramos et al., 2017)

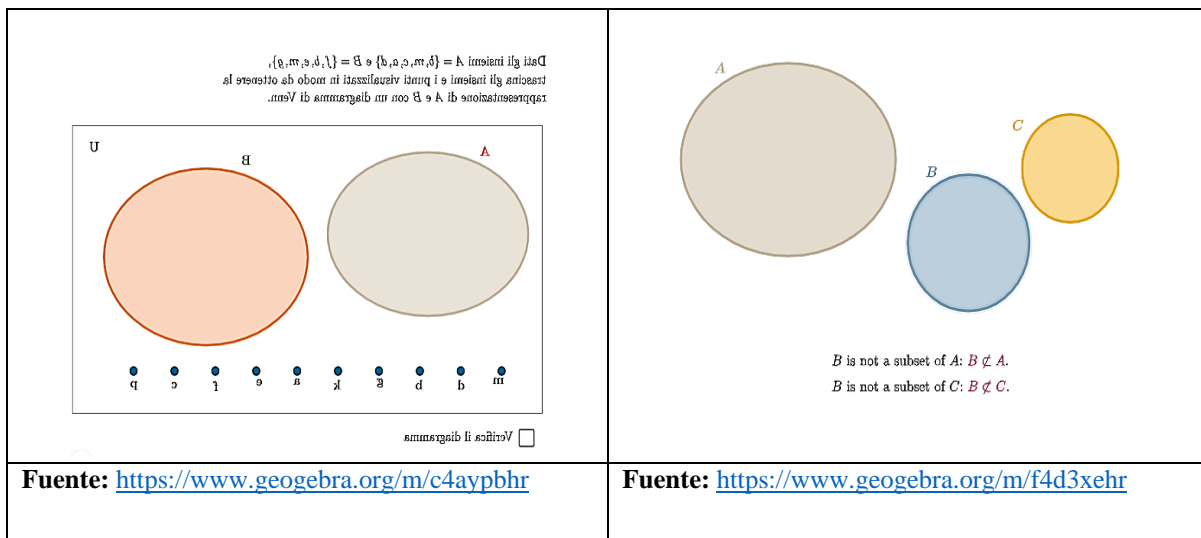
Actividades:

Comprobación de Operaciones con GeoGebra:

- Utilizar los siguientes Applets interactivos para reforzar la pertenencia y relación entre conjuntos.

Figura 2

Relaciones y pertenencia entre Conjuntos



- Permitir que los estudiantes manipulen visualmente los conjuntos y observen los resultados de las operaciones.

2. Ejercicios Prácticos en GeoGebra:

- Proporcionar ejercicios prácticos con GeoGebra que involucren la aplicación de las operaciones de conjuntos.
- Fomentar la experimentación activa y el descubrimiento guiado a través de los Applets y la teoría.

3. Resolución de Problemas:



- Presentar problemas del mundo real que puedan modelarse y resolverse utilizando la teoría de conjuntos.
- Guiar a los estudiantes en la aplicación de los conceptos aprendidos.

Fase 3: Aplicación y Evaluación

Objetivo:

- Desarrollar la capacidad de aplicar los conocimientos previos adquiridos en la **Fase 1** para una comprensión profunda y la habilidad de definir operaciones entre conjuntos.

Operaciones entre conjuntos

Las operaciones que se pueden realizar con conjuntos son: la unión, la intersección, la diferencia, la diferencia simétrica y el complemento (Bartle & Sherbert, 2010; Ramos et al., 2017). En esta sección, proporcionamos al lector definiciones de estas operaciones, acompañadas de sus representaciones visuales. En las fuentes de las representaciones de estas operaciones se encuentran videos explicativos relacionadas a cada operación.

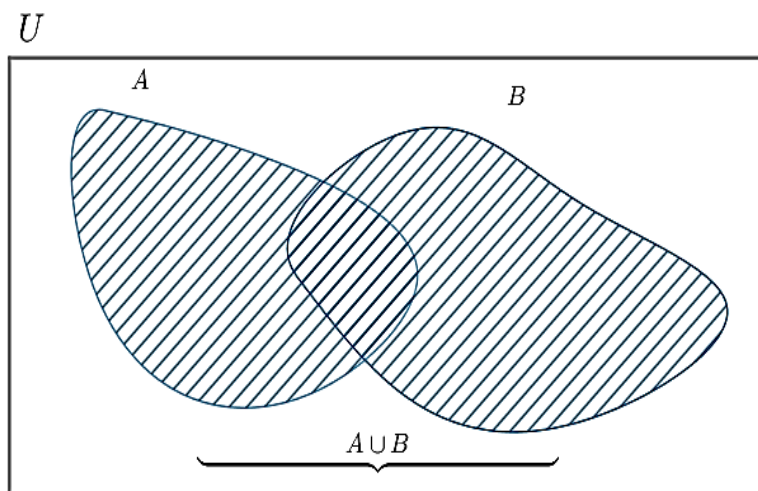
Unión de conjuntos

La unión entre los conjuntos A y B es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A o al conjunto B. Se denota por $A \cup B$ y se define como:

$$A \cup B = \{x: (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

Figura 3

Unión de Conjuntos



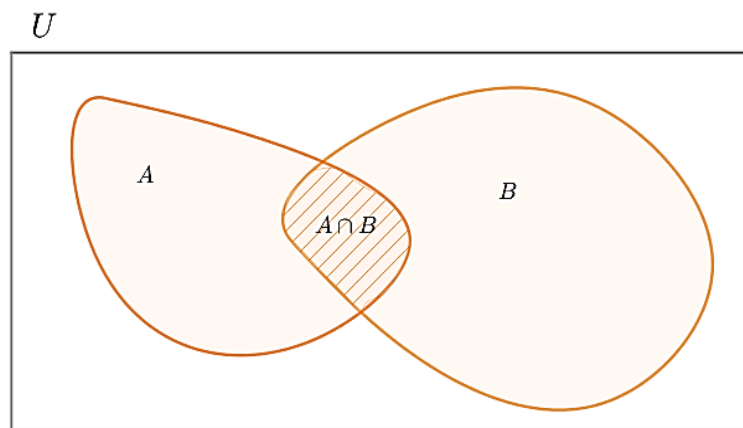
Intersección de conjuntos

La intersección entre los conjuntos A y B es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A y al conjunto B. Se denota por $A \cap B$ y se define como:

$$A \cap B = \{x: (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Figura 4

Intersección de conjunto



Fuente: <https://www.geogebra.org/m/pdw8vzdb>

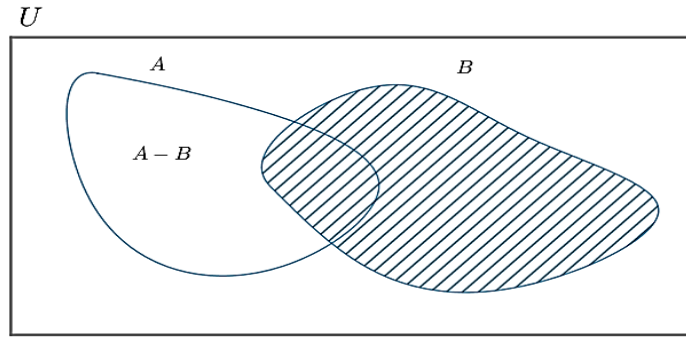
Diferencia de conjunto

La diferencia entre los conjuntos A y B es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A, pero no pertenecen al conjunto B. Se denota por $A - B$ y se define como:

$$A - B = \{x: (x \in A) \wedge \neg(x \in B)\}.$$

Figura 5

Diferencia de conjuntos



Fuente: <https://www.geogebra.org/m/ruanz6k4>

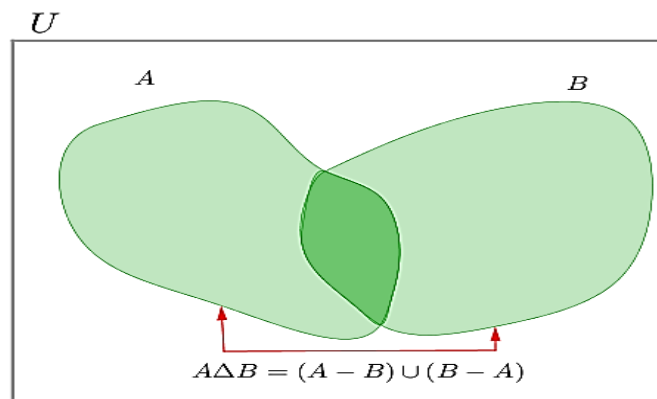
Diferencia simétrica entre los conjuntos

La diferencia simétrica entre los conjuntos A y B es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen o al conjunto A o al conjunto B. Se denota por $A \Delta B$ y se define como: $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$, o también:

$$A \Delta B = \{x: [(x \in A) \wedge \neg(x \in B)] \vee [(x \in B) \wedge \neg(x \in A)]\}.$$

Figura 6

Diferencia simétrica de conjuntos



Fuente: <https://www.geogebra.org/m/kerkmm3w>

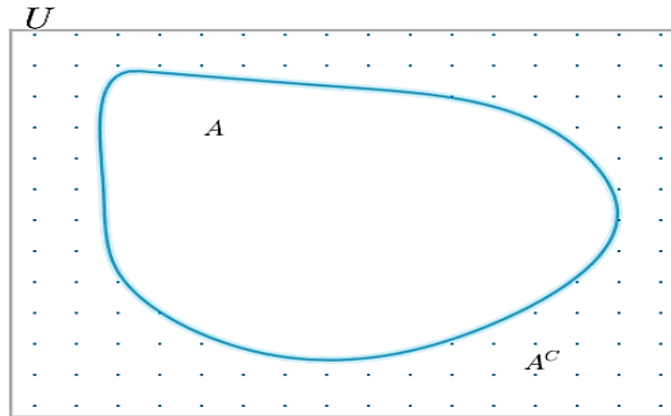
Complemento de conjuntos

La complementación de un conjunto A es un nuevo conjunto formado por los elementos del referencial U que no pertenecen al conjunto A. Se denota por A^c y se define como:

$$A^c = \{x: (x \in U) \wedge \neg(x \in A)\}.$$

Figura 7





Fuente: <https://www.geogebra.org/m/qwwkpw6f>

Actividades:

Simulaciones básicas en GeoGebra:

- Manipular mediante los applets las operaciones con conjuntos: unión, intersección, diferencia, diferencia simétrica y complemento.

Figura 8

Simulaciones con GeoGebra

Los elementos de $A \cap B$ son :

CONJUNTOS – Diferencia

$A = \{ \text{👨‍🎓}, \text{😬}, \text{👨‍🎓}, \text{👨‍🎓} \}$

$B = \{ \text{👨‍🎓}, \text{👨‍🎓}, \text{👨‍🎓}, \text{👨‍🎓} \}$

$A - B = \{ \text{😬}, \text{👨‍🎓} \}$

Nuevo ejemplo

Fuente: <https://www.geogebra.org/m/BuSMyxPE#material/fyg2vw8u>

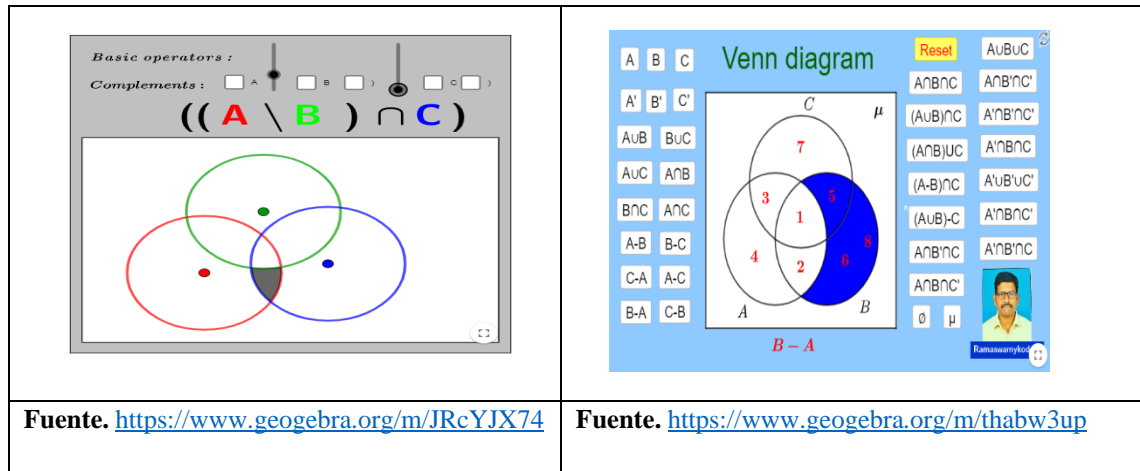
2. Simulaciones Avanzadas en GeoGebra:



- Explorar simulaciones más avanzadas en GeoGebra que involucren combinaciones de las operaciones de conjuntos.

Figura 9

Simulaciones avanzadas con GeoGebra



Fuente. <https://www.geogebra.org/m/JRcYJX74>

Fuente. <https://www.geogebra.org/m/thabw3up>

3. Evaluación Sumativa:

En el proceso de evaluación de conocimientos sobre la teoría de conjuntos, es fundamental diseñar una evaluación que abarque tanto preguntas prácticas como teóricas. Accede a la [evaluación final](#).

Discusión

Esta propuesta didáctica se considera como un piloto que sirve de modelo para que otros docentes y estudiantes implementen las ideas presentadas en el marco de la teoría de conjuntos. El objetivo principal de la propuesta fue optimizar la utilización de GeoGebra en el proceso de enseñanza y aprendizaje de conjuntos, brindando así una experiencia educativa dinámica, experimental y visual. Cada fase ha sido cuidadosamente diseñada para construir de manera progresiva el conocimiento, comenzando desde la introducción básica hasta llegar a la aplicación más abstracta del tema.

Las Applets de GeoGebra son un recurso didáctico valioso en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Estos actúan como actividades de comprobación, experimentación, retroalimentación y autoevaluación. Asimismo, pretenden cubrir una variedad de resultados de aprendizaje de acuerdo al estudio o trabajo matemático que se esté realizando y a la vez se pueden modificar o ajustar a los objetivos planteados por los profesores en cada temática. Según Sbitneva et al. (2017), “Mediante las justificaciones visuales ha sido posible clarificar



ciertos aspectos del lenguaje formal que han planteado serias dificultades a los estudiantes, es decir, ha sido posible brindar a los estudiantes una serie de ayudas visuales para la comprensión de los aspectos teóricos” (p. 10). Con GeoGebra, los estudiantes manipulan los datos iniciales de un problema y observan en tiempo real el efecto de las variaciones experimentales en la simulación; con ello se desarrollan competencias tecnológicas que brindan un soporte en el proceso de solución de problemas propuestos en clase (Rojas, 2020).

Por último, a pesar del éxito alcanzado, hay una limitación importante en el repositorio oficial de GeoGebra: no hay un proceso de revisión por expertos para evaluar y mejorar los applets allí depositados. Esto significa que muchos de estas pueden estar incompletos o incluso contener errores matemáticos, lo que afecta su fiabilidad y utilidad para los usuarios (Barreras et al., 2022).

Conclusiones

La propuesta didáctica se considera como un mediador efectivo para la enseñanza y aprendizaje de la teoría de conjuntos. En conclusión, el objetivo de la investigación responde directamente a la necesidad de mejorar la práctica docente en la enseñanza de conjuntos mediante el desarrollo de una propuesta didáctica basada en recursos digitales, específicamente utilizando applets GeoGebra. Esta estrategia se mostró como una vía efectiva para promover la comprensión y el aprendizaje activo de los estudiantes en el ámbito de las matemáticas. La integración de GeoGebra en el proceso educativo ofrece una herramienta dinámica y versátil que facilita la visualización, experimentación y comprensión de conceptos abstractos, lo que en última instancia mejora la calidad de la educación matemática y el rendimiento académico de los estudiantes.

A partir de este trabajo, se recomienda utilizar GeoGebra para estimular la creación de nuevas investigaciones o experiencias educativas innovadoras aprovechando las ventajas del software en términos de sus múltiples usos en las diferentes disciplinas y combinación de ellas.

Referencias bibliográficas

- Barreras, Á., Dubarbie, L., & Oller, A. M. (2022). Analysis of GeoGebra applets for teaching the limit of a function. *Bordon. Revista de Pedagogia*, 74(4), 65–83. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2022.93361>
- Bartle, R., & Sherbert, D. (2010). Introducción Real Analysis. In *Revista Brasileira de Linguística Aplicada* (Fourth, Vol. 5, Issue 1). John Wiley & Sons, Inc.



- Beginini, L., Arteaga, Y., & Arroyo, C. (2022). Educomunicación y recursos didácticos. FIPCAEC, 7(3), 165–177. <https://www.fipcaec.com/index.php/fipcaec/article/view/599/1046>
- Chen, C. H., Law, V., & Chen, W. Y. (2018). The effects of peer competition-based science learning game on secondary students' performance, achievement goals, and perceived ability. *Interactive Learning Environments*, 26(2), 235–244. <https://doi.org/10.1080/10494820.2017.1300776>
- Chrobak, R. (2017). El aprendizaje significativo para fomentar el pensamiento crítico. *Archivos de Ciencias de La Educación*, 11(12), 1–13. <https://doi.org/10.24215/23468866e031>
- Godino, J., & Burgos, M. (2020). ¿Cómo enseñar las matemáticas y ciencias experimentales? Resolviendo el dilema entre transmisión e indagación. *Revista Paradigma*, 41, 80–106.
- Granados, C. A., & Padilla, I. A. (2021). El aprendizaje gráfico de la recta tangente a través de la modelación de las secciones cónicas utilizando GeoGebra. *Revista Científica*, 40(1), 118–132. <https://doi.org/10.14483/23448350.16137>
- Grecia, G. (2020). La pedagogía de la Imagn como Forma de Promover el Aprendizaje Significativo dentro del Aula. *Revista Internacional Tecnológica, Educativa Docentes 2.0*, 9(1), 96–108. <https://doi.org/https://doi.org/10.37843/rted.v9i1.90>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). Metodología de la investigación. In *Mc Graw Hill Education* (Sexta edic).
- Lino, V., Barberán, J., Lopez, R., & Gómez, V. (2023). Analítica del aprendizaje sustentada en el Phet Simulations como medio de enseñanza en la asignatura de Física. *Journal Scientific MQR Investigar*, 7(3), 2297–2322. <https://doi.org/https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.3.2023.2297-2322>
- Lucas, G. E., & Aray, C. A. (2023). Geogebra como herramienta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de secciones cónicas en bachillerato. *Revista Científica Arbitrada Multidisciplinaria PENTACIENCIAS*, 5(5), 386–400. <https://doi.org/10.59169/pentaciencias.v5i5.747>
- Medina, M., Pin, J., Chinga, R., & Lino, V. (2024). Wordwall como herramienta de apoyo en el refuerzo pedagógico de Ciencias Naturales. *Polo Del Conocimiento*, 9(3), 1118–1136. <https://doi.org/10.23857/pc.v9i3.6708>
- Omaira, B. (2020). El constructivismo: Modelo pedagógico para la enseñanza de las matemáticas. *Revista EDUCARE*, 24(3), 488–502. <https://revistas.investigacion-upelipb.com/index.php/educare/article/view/1413>
- Ordoñez, J., Caraisaca, E., & Espinoza, E. (2020). ¿Se emplean recursos didácticos en la enseñanza de Matemáticas en la Educación Básica Elemental? Un estudio de caso. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, 3(3), 48–55.
- Otero, S. A., Nuñez, G. B., Suárez, C. E., & Pozo, D. F. (2023). El proceso de enseñanza en el aula desde la perspectiva del aprendizaje significativo. *Revista Latinoamericana*



- Ogmios, 3(7), 13–24. <https://doi.org/10.53595/rlo.v3.i7.063>
- Oyervide, V. N., & Vergara, J. L. (2023). Estrategia didáctica para la enseñanza del volumen de los sólidos de revolución. *MQR Investigar*, 7(3), 2259–2277. <https://doi.org/10.56048/mqr20225.7.3.2023.2259-2277>
- Peña, M. (2023). GeoGebra. Estrategia educativa desde la UNEXCA. *EDUCERE - Investigación Arbitrada*, 27(87), 449–461.
- Ramos, M., Baquerizo, G., & Carrión, A. (2017). *Fundamentos de Matemáticas para bachillerato I (Tercera Ed)*. Escuela Superior Politécnica del Litoral - TASKI S.A.
- Remigio, H., Zubillaga, E., & Morales, A. (2023). Propuesta didáctica apoyada por GeoGebra para la enseñanza de la deducción del volumen de la esfera. *Números. Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 115, 61–72.
- Rojas, R. (2020). Introducción del Geogebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de Geometría a docentes en formación. *Revista Caribeña de Investigación Educativa*, 4(1), 124–134. <https://doi.org/https://doi.org/10.32541/recie.2020.v4i1.pp124-134>
- Sbitneva, L., Moreno, N., & Serna, L. (2017). Comprensión de conceptos fundamentales de geometría proyectiva a través de visualización de construcciones con Geogebra 3D. *Actas Del Segundo Congreso Internacional Virtual Sobre El Enfoque Ontosemiótico Del Conocimiento y La Instrucción Matemáticos*, 1–11. enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html
- Teófilo, R., Vieira, F., & Ferreira, I. (2023). Una propuesta de actividad didáctica olímpica para la enseñanza del circuncentro apoyada por GeoGebra. *NÚMEROS Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 110, 41–60. <http://www.sinewton.org/numeros>
- Tomalá, M., Gallo, G., Mosquera, J., & Chancusig, J. (2020). Vista de Las plataformas virtuales para fomentar aprendizaje colaborativo en los estudiantes del bachillerato. *Recimundo*, 4(4), 199–212. [https://doi.org/10.26820/recimundo/4.\(4\).octubre.2020.199-212](https://doi.org/10.26820/recimundo/4.(4).octubre.2020.199-212)
- Vergara, J. (2021). Dinamizando funciones trigonométricas con GeoGebra. *Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 109, 151–160. <http://www.sinewton.org/numeros>
- Vergara, J. (2022a). Área entre curvas con Geogebra. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 64, 1–13.
- Vergara, J. L. (2022b). Sólidos de Revolución y suma de Riemann en GeoGebra. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 22(2). <https://doi.org/10.18845/rdmei.v22i2.6134>



Conflicto de intereses:

Los autores declaran que no existe conflicto de interés posible.

Financiamiento:

No existió asistencia financiera de partes externas al presente artículo.

Agradecimiento:

N/A

Nota:

El artículo no es producto de una publicación anterior.

